

LAHENDUSED 11.KLASS

1. Vastus: Vastus: $x_1 = -4$; $x_2 = 3\frac{1}{3}$

Lahendus:

Leiame kõik need x väärtused, kus absoluutväärtuse märkide vahel olevad avaldised muudavad oma märki:

$$x + 5 = 0, \text{ kust } x = -5$$

$$x = 0$$

$$x - 3 = 0, \text{ kust } x = 3$$

Nüüd vaatleme nelja juhtu:

- 1) Kui $x < -5$
- 2) Kui $-5 \leq x < 0$
- 3) Kui $0 \leq x < 3$
- 4) Kui $x \geq 3$

1) Kui $x < -5$:

$$|x + 5| = -(x + 5)$$

$$|x| = -x$$

$$|x - 3| = -(x - 3)$$

$$-x - 5 - x - x + 3 = 12$$

$$x = -4\frac{2}{3}$$

Lahend ei kuulu antud piirkonda

2) Kui $-5 \leq x < 0$

$$|x + 5| = x + 5$$

$$|x| = -x$$

$$|x - 3| = -(x - 3)$$

$$x + 5 - x - x + 3 = 12$$

$$x = -4$$

Et saadud vastus kuulub vaadeldavasse piirkonda, sobib see ka esialgse võrrandi lahendiks.

3) Kui $0 \leq x < 3$

$$|x + 5| = x + 5$$

$$|x| = x$$

$$|x - 3| = -(x - 3)$$

$$x + 5 + x - x + 3 = 12$$

$$x = 4$$

Lahend ei kuulu antud piirkonda.

4) Kui $x \geq 3$

$$|x + 5| = x + 5$$

$$|x| = x$$

$$|x - 3| = x - 3$$

$$x + 5 + x + x - 3 = 12$$

$$x = 3\frac{1}{3}$$

Et saadud vastus kuulub vaadeldavasse piirkonda, sobib see ka esialgse võrrandi lahendiks.

$$\text{Vastus: } x_1 = -4; x_2 = 3\frac{1}{3}$$

Hindamine:

Leitud x väärtused, kus absoluutväärtuste märkide vahel olevad avaldised

muudavad oma märki

1p

märkamine, et peab vaatlema nelja juhtumit

1p

Nelja juhtumi lahendus

4p

Järeldus ja vastus

1p

7p

Märkus: kui vastuseks on antud 4 arvu, siis anda 5p

2. Vastus: a) jah, võib; b)ei või.

Lahendus:

a) jah, võib.

Näiteks: kustutame järgmised arvud: 3 ja 2, 5 ja 4, 7 ja 6, 9 ja 8, ..., 2021 ja 2020. Nende käikude tulemusena jääb tahvlile 1011 ühte ja arv 2022.

1010 ühte moodustavad 505 paari, ja kustutame neid paari kaupa. Tulemuseks jäävad tahvlile nullid, mida edaspidi saame kustutada. Ja kui kustutame kaks nulli, siis jääb üks null asemele, kui aga kustutame 0 koos teise arvuga, siis jääb tahvlile see teine arv.

Lõpuks jääb tahvlile kaks arvu: 2022 ja 1. Kustutame need, tahvlile jääb 2021.

b)ei või.

Kui kustutame kaks paarisarvu, siis tahvlile jääb paarisarv.

Kui kustutame kaks paaritud arvu, siis tahvlile jääb paarisarv.

Kui kustutame paaris- ja paaritu arvu, siis jääb tahvlile paaritu arv.

Kuna alguses on tahvlil 1011 paaritud arvu, siis nende käikude tulemusena jääb tahvlile paaritu arv, arv 2022 aga on paarisarv. Järelikult, ei ole võimalik saavutada sellist olukorda, kui tahvlile jääb arv 2022.

Hindamine:

- | | |
|---|----|
| a) mõne variandi näitamine, kuidas on võimalik saada 2021 | 2p |
| b) selgitus, et tahvlile jääb kindlasti paaritu arv | 4p |
| järelalus, et 2022 ei ole võimalik saada | 1p |

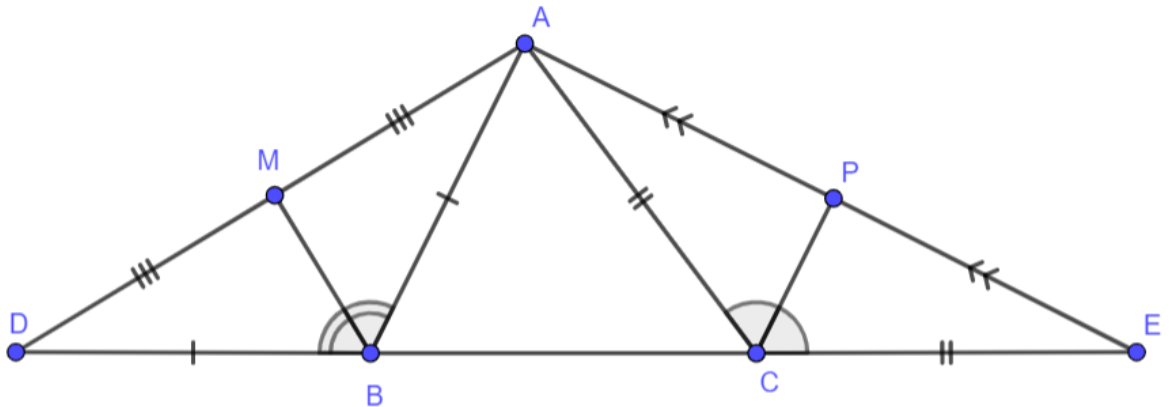
Märkus: Ainult õige vastuse eest ilma selgituseta anda 0p.

3. Vastus: 10cm.

Lahendus:

Pikendame AM ja AP kuni sirgeni BC .

AM lõikab sirget BC punktis D , ning AP lõikab sirget BC punktis E .



Kolmnurgad DMB ja AMB on võrdsed, sest $\angle AMB = \angle DMB = 90^\circ$, $\angle MBA = \angle MBD$ kuna BM on nurgapoolitaja ja BM on ühine külge.

Järelikult, kolmnurk ABD on võrdhaarne ja $DM = AM$.

Analoogselt saame, et kolmnurk ACE on võrdhaarne ja $AP = PE$.

Järelikult, MP on kolmnurga ADE kesklõik.

Kuna $BD = AB$ ning $CE = AC$, siis DE pikkus on võrdne kolmnurga ABC ümbermõõduga, ehk $DE = 20\text{cm}$. Kuna MP kesklõik, siis $MP = 10\text{cm}$.

Hindamine:

AM ja AP pikendamine sirgeni BC

1p

Näitamine, et kolmnurgad ABD ja ACE on võrdhaardsed ja

$BD = AB$ ning $CE = AC$

3p

Märkamine, et MP on kolmnurga ADE kesklõik ja MP pikkuse leidmine

3p

7p

Märkus: Ainult õige vastuse eest anda 1p.

4. Vastus: Madisel on võidustrateegia

Lahendus:

Märkamine, et kui üks mängija võtab münte, siis teisel mängijal on alati võimalus sammuti võtta münte nii, et kahe käigu võetud müntide arv oleks 8.

Vaatame jaguvuse kaheksaga: $2021 = 252 \cdot 8 + 5$.

Kui Madis esimese käiguga võtab 5 münti, siis jääb alles 2016, ning 2016 jagub 8-ga.

Seejärel Madis käib järgmiselt:

Kui Katrin võtab 3 münti, siis Madis võtab 5 münti (kokku saab võetud 8 münti)

Kui Katrin võtab 5 münti, siis Madis võtab 3 münti (kokku saab võetud 8 münti)

Kui Katrin paneb ühe münti tagasi, siis Madis kordamööda paneb sammuti ühe münti tagasi või võtab 3 münti hunnikust. Ehk kui mõlemad panevad münti hunnikuse tagasi, siis müntide arv hunnikus annab jäägi 2 jagades 8ga, ning märkame, et 2 on väiksem kui 3.

Kui Katrin paneb veel ühe münti tagasi ja Madis võtab 3 siis müntide arv hunnikus jälle jagub 8-ga.

Sellise strateegiaga ükskõik kuidas Katrin mängib, mängu lõpuks peale Madis käiku jääb hunnikus kas 0 või 2 münti. Ainuke mida Katrin saab sel juhul teha on lisada ühe münti, mille järgi Madis kas sammuti lisab münti või võtab 3 münti ning Katrin enam käia ei saa.

Hindamine:

Märkamine, et kui üks mängija võtab münte, siis teisel mängijal on alati võimalus sammuti võtta münte, nii et kahe käigu võetud müntide arv oleks 8 1p

Märkamine, et kui Madis võtab esimese käiguga 5 münti, siis allesjäänud müntide arv jagub 8ga 1p

Seletamine, kuidas peab Madis käima olukorras, kui Katrin paneb ühe münti hunnikuse tagasi 3p

Mängu lõppu faasi üle vaatamine 1p

Üleval olevast järelduse tegemine 1p

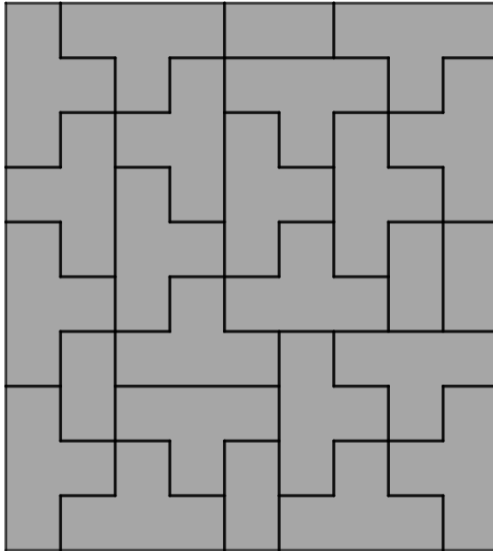
7p

Märkus: ainult õige vastuse eest anda 0 punkti.

5. Vastus: a) on võimalik; b) ei ole võimalik.

Lahendus:

a) On võimalik, näiteks:



b) Ei ole võimalik.

Värvime ruudu üksikruudud musta ja valgega nii, et valgetel ruutudel ei ole omavahel ühiseid külge ning ka mustadel pole ühiseid külge (malelaua värvimine). Kui me asetame T kujundi, siis ta katab kas 3 valget ja 1 musta ühikruutu või 3 musta ja 1 valge ühikruutu. I kujund aga alati katab ühe valge ja ühe musta ruudu. Ruudus 9 x 10 on 90 ühikruutu, millest 45 on valget ja 45 on musta. Kuna on 15 I kujundi, siis nad katavad 15 valget ja 15 musta ruutu. T kujundeid peab sammuti olema 15. Paigutades 14 kujundit me saame võrselt katta mustasid ja valgeid ruute nii, et mõlemaid jääb 2 tükki katmata, kuid viimase kujundi me paigutada ei saa, kuna ta ei saa katta 2 valget ja 2 musta ruutu, ehk jõudsime vastuoluni.

Hindamine:

- | | |
|--|-----------|
| a) Näitamine, kuidas saab kujundid paigutada | 3p |
| b) malelaua värvimise kasutamine | 1p |
| Märkamine, et T kujund katab 3 musta 1 valget või 3 valget 1 musta ühikruudu | 1p |
| Järeldus ja vastus | 2p |
| | 7p |

Märkus: ainult õige vastuse eest anda 0 punkti.